

Предварительные замечания

1. Экзамен проводится в письменной форме по объявленной ранее программе.
2. Продолжительность экзамена – 2 академических часа (90 мин.)
3. Пользоваться книгами, конспектами и другими справочными материалами запрещается.
4. Первый вопрос билета содержит одну из основных теорем курса, при ответе на этот вопрос обязательно доказательство теоремы.
5. В ответах на другие вопросы достаточно приводить формулировки утверждений. В то же время ответы и решения задач нужно обосновывать.

Ниже приведен вариант билета.

Билет 1 прим.

1. Докажите интегральную теорему Коши для неодносвязной области.
2. a) Дайте определение модуля, аргумента, главного значения аргумента комплексного числа.
b) Решите уравнение $z^2 \cdot \bar{z} = 4i \cdot |z|$.
3. a) Дайте определение аналитичности функции $f(z)$ в области. В чем заключается связь между аналитичностью и гармоничностью?
b) Восстановите аналитическую функцию $f(z)$, $z = x + iy$, (если она существует), по заданной $\operatorname{Re} f(z) = 2xy - y^2$.
4. a) Сформулируйте теорему единственности для аналитических функций.
b) Может ли аналитическая в ограниченной области D функция, отличная тождественного нуля, иметь в D счетное множество нулей?
5. a) Выпишите формулы для вычисления значений R и r , определяющих кольцо сходимости ряда Лорана.
b) Найдите область сходимости ряда
$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{z^n}{e^{|n|}}.$$
6. a) Дайте определение вычета в особой точке функции. Приведите выражение вычета через коэффициент ряда Лорана.
b) Вычислите при помощи вычетов интеграл
$$\oint_C (z-1) \cdot \sin^2 \left(\frac{2}{z-1} \right) dz,$$
 где $C : |z| = 2$.